

Lutz FÜHRER, Frankfurt am Main

Dreihundert Jahre Theorie des öffentlichen Mathematikunterrichts in Deutschland

Warum Theorie des Mathematikunterrichts? Begriffe, Begründungen und Zielsetzungen sind spätestens dann notwendig, wenn Unterricht außerfachlich gerechtfertigt werden muß. Angesichts der heutigen Globalisierungs-, Kapitalisierungs- und Spartendenzen steht zu befürchten, daß demnächst wieder neue Reputations- und Verteilungskämpfe ausbrechen. In solchen Zeiten – noch dazu nach oder vor der Jahrtausendwende – empfiehlt es sich, einmal über die Gründe nachzudenken, die zu einem flächendeckenden Pflichtfach Mathematik in Deutschland geführt haben.

Warum 300 Jahre? Als der allgemeine Mathematikunterricht mit dem preußischen Staatsschulwesen entstand, muß es einen bewußten Konsens über seine Funktionen gegeben haben. Die staatlichen Behörden hatten damals aus guten Gründen noch nicht die Gewohnheit, ihre Hintergedanken öffentlich kundzutun. Es bleibt also nichts anderes übrig, als dem bildungstheoretischen Common Sense um 1800 in Preußen nachzuspüren. Dabei wird sich zeigen, daß viele Grundsätze und Begriffe der heutigen Mathematikdidaktik und -pädagogik schon im 18. Jh. ausformuliert worden waren, daß diese Grundsätze aber noch um 1800 anders verstanden wurden als heute.

1. Schule und Ökonomie um 1800 in Preußen

„Schulen und Universitäten sind Veranstaltungen des Staates, welche den Unterricht der Jugend in nützlichen Kenntnissen und Wissenschaften zur Absicht haben.“ (Allg. Landrecht für die Preußischen Staaten, 1794)

Was war mit „nützlichen Kenntnissen und Wissenschaften“ gemeint? Inwiefern galt Mathematikunterricht als nützlich? Sollten noch andere Zwecke mit Mathematik verfolgt werden? In den spärlichen offiziellen und halboffiziellen Verlautbarungen zum Sinn des neuen Staatsschulwesens fand sich dazu wenig Konkretes. Woher kam damals die eigentlich nie selbstverständliche Erkenntnis, viel Mathematikunterricht sei für alle gut?

Preußen war bis Mitte des 19. Jhs. ein ausgeprägter Agrarstaat. Von 4,3 Mio. Einwohnern der Kernlande waren über 3 Mio. erwerbstätig. Gut 80%

der Bevölkerung arbeiteten in der Landwirtschaft, weit überwiegend als Tagelöhner oder als feudalabhängige Bauern. Freie Lohnarbeiter gab es etwa 100 Tsd., gewerblich Tätige etwa 260 Tsd, davon ein Drittel im Textil- und Bekleidungsbranche. Für den überlokalen Markt arbeiteten nur etwa 20 Tsd. Über zwei Drittel der Bevölkerung besaßen wenig oder gar kein eigenes Land, und auch die durchschnittliche Hofgröße betrug nur einen Bruchteil der 10 bis 15 ha, die wegen rückständiger Anbaumethoden für die Ernährung einer Familie gebraucht wurden. Hunger und Armut waren normal.

Militärische Ausgaben machten etwa 70% des Staatshaushalts aus. Das Offizierscorps war den Adligen auf eigene Kosten vorbehalten; für sie kamen ansonsten nur Betätigungen in der Landwirtschaft und im öffentlichen Dienst infrage, weil Handel und Gewerbe als nicht standesgemäß galten. Bücherproduktion, Leserschaft, Alphabetisierungsgrad und Studentenzahlen (7 Tsd.) hatten noch nicht wieder den Stand vor dem Dreißigjährigen Krieg erreicht (7-8 Tsd.). Lehrer wurde unzulänglich bezahlt, mußten dem Ortsgeistlichen zur Hand gehen und sich oft von Zweitberufen ernähren. Nicht selten wurden Elementarlehrer eingestellt, die nicht einmal die Grundrechenarten ausreichend beherrschten. Von Mathematikunterricht konnte in Dorf-, Klipp- oder Elementarschulen und selbst auf höheren Schulen nur ausnahmsweise die Rede sein.

Der Mathematikunterricht ist in die öffentlichen Schulen Deutschlands weder zur Ehre der Mathematik noch mit Rücksicht auf die Industriegesellschaft eingeführt worden. Wenn von Schulreformern wie Basedow oder von Rochow überhaupt ökonomische Gründe angeführt wurden, dann spielten sie auf die allseits schlechte Arbeitsmoral und – mit gebotener Vorsicht – auf die äußerst rückständige Produktivität in der Landwirtschaft an. Das verlangte pflichtmäßigen Mathematikunterricht höchstens in Anfangsgründen des bürgerlichen Rechnens.

2. Religiöse Hintergründe

Wo in der preußischen Bildungsdiskussion um 1800 von einer Erneuerung des allgemeinen Schulwesens die Rede war, da durfte der Name Pestalozzi nicht fehlen. Tatsächlich läßt sich ein für preußische Bildungsausgaben ungewöhnlich großzügiges Sponsoring dieser Pädagogik nachweisen. Pestalozzis Schlagworte Selbsttätigkeit, Anschauung, Denkrechnen und seine

drei Repräsentationsmodi Kopf, Herz und Hand haben sich seitdem gehalten. Man braucht freilich nur einen Blick auf den Mathematikunterricht in Pestalozzis Gertrud (1801) oder in sein ABC der Anschauung (1803) zu werfen, um zu sehen, daß er und seine zahlreichen Bewunderer entweder schizophren gewesen sein müssen oder daß mit all diesen Schlagworten ganz anderes gemeint war als heute.

Letzteres ist tatsächlich der Fall, wie schon die gegenüber heutigem Verständnis umgekehrte Reihenfolge in Kopf-Herz-Hand andeutet:

„Die Elementarbildung ist nichts anderes als eine Mitwirkung der menschlichen Kunst ..., den Menschen durch Glauben und Liebe zu allem Wollen, Kennen, Können und Tun dessen, was er soll und was recht ist und frommet, hinzulenken, d.h. ihn zu erziehen.“ (Pestalozzi 1818)

Selbsttätigkeit, Anschauung, Denkrechnen, ... Liebe und Freiheit waren nicht nur bei Pestalozzi, sondern auch bei seinen Anhängern auf einen religiösen Grundkonsens bezogen. Es ging um rechte Selbsttätigkeit, rechte Anschauung, rechtes Denkrechnen, ... rechte Liebe, rechte Freiheit.

Was war damit gemeint? Kopf, Herz und Hand deuten es an: Mit dem Kopf lernen, die Welt als Teil der Offenbarung Gottes ein-zu-sehen, das Ein-Gesehene allmählich beherzigen und schließlich danach handeln. Gemeint war der pietistische Heilsweg: Es reicht nicht, wenn äußerlich nach Gottes Wort gelebt und gehandelt wird. Erst wenn die *praxis pietas* intuitiv geworden ist und von Herzen kommt, ermöglicht sie die Gnade der Erlösung. Freiheit ist Freisetzung, nicht zum Libertinismus, sondern zum – nach protestantischer Auffassung notwendig – selbstverantworteten Handeln aus rechter Gesinnung. Erziehung ist in diesem Sinne als methodische Hilfe zur ebenso methodischen Selbsthilfe gedacht. Darum Pestalozzis dauernde Forderung nach Lückenlosigkeit, Vollständigkeit und Selbsttätigkeit. Liebe zum Kinde? Ja, aber nicht aus ästhetischem Gefallen oder aus Rousseauscher Verklärung, sondern aus Mitleid. Das Kind muß ja erst lernen, was es muß, nämlich ein-sehen und beherzigen, was seine Bestimmung von Gott ist. Indem die elementargeometrischen ABCs der Anschauung bei Pestalozzi, Herbart und Fröbel auf Formwahrnehmung zielten, wurde mathematischer Anfangsunterricht für die noch lange klerikal verfaßte deutsche Schule als objektivierende Welt-Anschauungs-Lehre gedacht.

Dabei entstand der öffentliche Mathematikunterricht in Preußen wenigstens in den ersten Jahrzehnten des 19. Jhs. als Teilgebiet einer protestantischen Pädagogik, die von Ratich und Comenius im 17. vorbereitet und von A.H. Francke im 18. Jh. stark pietistisch akzentuiert worden war. Francke hatte die deutsche Pädagogik und Schulpolitik zumindest des 18. Jhs. wie kein anderer geprägt und mit methodischen Grundsätzen wie fragend-entwickelndes Katechisieren, Handarbeit und Werken, Realienkunde, lustvolles Lernen und Besserungsunterricht vom Kinde her bereichert. Als er 1727 starb, waren in seinen Halleschen Stiftungen mehr als 4200 Schüler und Lehrerseminaristen versammelt, die seine pädagogischen Vorstellungen über ganz Deutschland verbreiteten. In ihrer gesellschaftlichen Funktion zur Vorbereitung christlichen Handelns hatten hier kindgemäßes Lehren, Lebensnähe und Umwelterschließung affirmative Bedeutung, nicht die heutige bürgerlich-emanzipatorische, die erst in den deutschen Reformpädagogiken des 20. Jhs. an Rousseau und die Philanthropisten des späten 18. Jhs. anschloß.

3. Gesellschaftsnutzen

„Wer immer strebend sich bemüht, den werden wir“ – vielleicht – „erlösen“ schrieb Goethe, der aus pietistischen Kreisen Frankfurts stammte. Obwohl Friedrich d. Gr. mit der Kirche nicht viel zu tun haben wollte, hielt er es doch für nützlich, in Schuldingen seinem pietistischen Vater zu folgen und sich vom Francke-Schüler Hecker beraten zu lassen. So wurde in seinem General-Landschulreglement von 1763, dem ersten, nur subsidia- ren Volksschulgesetz, eine allgemeine Schulpflicht samt Unterrichtsinhalten und Schulaufsicht durch die Ortsgeistlichen empfohlen, um „der Unwissenheit im Volke zu steuern und geschickte und bessere Untertanen heranzubilden.“ Vom Rechnen war kaum die Rede, von Denken und Mathematik gar nicht.

Die Begründung des Landschulreglements kann als Beispiel für Max Webers Einschätzung der „protestantischen Ethik“ gelten. Brauchbarkeit zum Heilsweg, ökonomische Nützlichkeit und uneigennütziger Gehorsam paßten so gut zusammen, daß im 18. Jh. in vielen Staaten Schulordnungen nach pietistischem Geist erlassen wurden. Für 99% der preußischen Jugend dürften das die „nützlichen Kenntnisse“ im eingangs zitierten Landrecht

von 1794 gewesen sein; von Wissenschaften verstanden ihre Lehrer in aller Regel nichts, und selbst bürgerliches Rechnen war wenig gefragt.

4. Methodische Sorgfalt

Trotzdem entstand ein Pflichtfach „Rechnen und Raumlehre“ oder „Mathematik“ sogleich mit dem deutschen Staatsschulwesen. Wie läßt sich das verstehen? Emanzipation zum Bürger, humane Aufklärung im Sinne der französischen Enzyklopädisten oder gar „ein adäquates Bild von Mathematik“ zu verbreiten, kam in diesem Umfeld nicht infrage.

Zwar setzte sich auch in Preußen allmählich die Einsicht durch, daß bescheidene Fertigkeiten im bürgerlichen Rechnen auch dem agrarischen Wirtschaften zuträglich sind, und dank Napoleons Nachhilfe schien eine gewisse technologische Ausbildung des mittleren Militärnachwuchses sehr empfehlenswert, daraus ist aber kaum die allgemeine Wertschätzung mathematischer Grundbildung zu verstehen, die hinter ihrer Einführung als Pflichtfach gestanden haben muß. Die schon erwähnten ABCs der Anschauung verweisen noch auf eine andere Funktion des Mathematikunterrichts, die damals offenbar konsensfähig war: Bei allen Meinungsverschiedenheiten im Detail und in den Akzentuierungen stimmten die pädagogischen Wortführer von den Rousseau-Anhängern über Pestalozzi, Herbart, Niemeyer, Diesterweg, Harnisch, Fröbel bis Humboldt und Süvern darin überein, daß der Mathematik eine besondere Erkenntnisqualität zukomme, zumal es die maßgeblichen Philosophen von Descartes und Locke über Leibniz, Wolff und Hume bis Rousseau und Kant so gesehen hatten.

Dabei ging es (noch) nicht um die fragwürdige Behauptung, man könne mit Mathematik allgemeines Denken lernen – die Forderung nach „Denkrechnen“ bei Pestalozzi, Diesterweg u.v.a. war als Gedächtnishilfe und zur Flexibilisierung des praktischen Anwendens gedacht –, sondern um Schulung des Wahrnehmungsvermögens. Warum war das so wichtig?

Zu den Paradigmen der Neuzeit gehört die allgemeine Überzeugung, daß jedes Handeln auf Urteilen des Subjekts über die Wirklichkeit beruhe. Mancherlei Versuche, diese Aufspaltung des Bewußtseins in Welt, Subjekt und Willensakte zu unterdrücken, hatten seit Ockham immer nur vorübergehende Erfolge. Daß aber die Welt, die Dinge und vor allem die Zustände so verschieden sein könnten, wie ein jeder sie sehe; daß jedes Handeln hauptsächlich subjektiven Maßstäben und Motiven gehorchen müsse; daß

die Weltordnung samt ihrer Ungerechtigkeiten, Macht- und Güterverteilungen Menschenwerk sein könnte – schien unannehmbar. Unsere Sinne überzeugen uns doch täglich davon, daß allen eine gemeinsame Welt aufgegeben ist oder wenigstens scheint, und nach christlicher Überzeugung entstammen Natur, Subjekt und Weltordnung demselben Schöpfungsprogramm, in dem tatsächlich erstaunlich vieles nach Ursache und Wirkung verläßlich und vorhersehbar geregelt ist.

Indem die Welt und ihre Ordnungsprinzipien a priori gegeben und folglich recht seien – ob gut oder nicht konnte man wie Rousseau dahingestellt sein lassen –, komme alles Schlechte notwendig aus falschen Wahrnehmungen, Urteilen und Begierden des Subjekts. In diesem Punkte verfolgten reformierte Glaubenslehre, Pietismus, kartesianische Aufklärung, die aktiv-entdeckende Pastorale Rousseaus und alle Wissenschaften dasselbe Programm: falschen Wahrnehmungen, Urteilen und Handlungen durch methodische Sorgfalt vorzubeugen.

Weil zu viele Wahrheiten umstritten blieben oder sich nach einiger Zeit als bloße Meinungen entpuppten, wie schon Descartes beklagte, konnte methodische Sorgfalt keine Garantien geben. Aber sie erschien (und erscheint noch) als das einzig probate Mittel, die äußere und innere Welt wenigstens annähernd recht zu begreifen. Wie anders kann sich das selbsttätige Subjekt gegen Vor- und Fehlurteile schützen und wenigstens in die Nähe echter Erkenntnis kommen? Gewißheit zu suchen und von ihr Besserung zu erwarten, war zumindest in den damaligen protestantisch verfaßten Gesellschaften keine Geschmacksfrage, sondern Bestimmung des Menschen oder – um es mit Pestalozzi auszudrücken: – „wahres Menschentum“.

Indem Kindheit noch weithin als Zustand der Unvollkommenheit gesehen wurde, empfahl sich Erziehung aus pietistisch-protestantischer Sicht als methodische Sorgfaltserziehung, um mehr, andere und genauere Wahrnehmung zu lehren und durch sie zu gottgefälliger Selbsttätigkeit zu befreien. Wie lehrt man methodische Sorgfalt der Wahrnehmung? Wo die mathematische Methodik paßte, da hatte sie sich als die zuverlässigste erwiesen, und als erstaunlich universell. Elementarunterricht wurde daher als Schule des Welt-Anschauens gedacht, genauer: als Wahrnehmungsschule der Wirklichkeit mittels Form- und Zahlverhältnissen – und zwar genau in dieser Reihenfolge: von der Disziplinierung der äußeren Anschauung her.

5. Moralerziehung durch Mathematik

Als Pietist war Pestalozzi auch davon überzeugt, daß methodische, lückenlos genaue Form- und Zahlwahrnehmung den Menschen bessert und läutert. Herbart sah das sowohl von der real-existierenden Menschennatur her als auch wegen der eingeschränkten Erkenntnismöglichkeiten der Mathematik skeptischer. Erzieherische Intervention solle zwar den Menschen zum Guten bewegen, und um sich zu bewähren, müsse es von innen heraus kommen. Es könne sich aber gegenüber der Welt nur stabil halten, wenn es die Welt schon in Rechnung gestellt und als vernünftiges Ganzes begriffen habe.

„Der Wert des Menschen liegt zwar nicht im Wissen, sondern im Wollen. Aber es gibt kein selbständiges Begehrungsvermögen, sondern das Wollen wurzelt im Gedankenkreise, d.h., zwar nicht in den Einzelheiten dessen, was einer weiß, wohl aber in der Verbindung und Gesamtwirkung der Vorstellungen, die er erworben hat.“ (Herbart 1841)

Wie aus wissenden gute Menschen werden, blieb letztlich auch für ihn „die dunkle Seite der Pädagogik“. Aber „Tugend“, der habituell gewordene „gute Wille“ in Kants kategorischem Imperativ, könne nur entstehen, wo es gelinge, Affekte, subjektive Vorurteile und Einseitigkeiten unter Kontrolle des Bewußtseins zu bringen. Deshalb sei es ratsam, vielseitige mathematisierende Wahrnehmung an materiellen Wirklichkeiten früh zu üben, um das Ursache-Wirkungs-Denken, das „spekulative Interesse“, als Gegengewicht zum rezeptiv-konkretistischen „empirischen Interesse“ auszubilden. Das „empirische Interesse“ sei zwar am einfachsten und frühesten zu haben, aber es dürfe nicht unkultiviert bleiben, weil es seinerseits als heilsames Korrektiv des „sympathetischen Interesses“, d.h. zur Entzauerung reiner Gefühlswelt, Magie und des Mitgefühls, gebraucht werde.

Erziehender Unterricht wolle zum sittlichen Handeln befähigen. Weil dieses Ziel aber erst im wirklich „freien“, d.h. ungezwungen verantwortlichen und gewissenhaften Handeln jenseits der Schule erreichbar sei, müsse und könne die Schule ihrem obersten Ziel nur zuarbeiten, indem sie empirische, spekulative und ästhetische Interessen ebenso ausbilde wie sympathetische, gesellschaftliche und religiösen Teilnahmsinteressen und indem sie diese Interessensformen allmählich ins emotionale Gleichgewicht bringe, um daraus schließlich ein rationaler Argumentation offenes „gleichschwe-

bendes Interesse“ erwachsen zu lassen. Mehr und Besseres könne die Schule nicht leisten als im Subjekt den Boden für Brauchbarkeit, Herzensbildung, Tugend, Sittlichkeit und Persönlichkeit zu bereiten.

6. Säkularisierung der Begriffe

Der normative Sinn des kategorischen Imperativs bei Herbart und Kant fiel im Laufe des 19. Jhs. ebenso der Säkularisierung des Schulwesens zum Opfer wie die philanthropinistischen Versuche, zum wahren Menschentum im naturrechtlichen Geiste Rousseaus zu erziehen. Indem die Staatsschule all das auf Methodik der Brauchbarkeit oder der Persönlichkeitsformung reduzierte, wurde auch der religiöse Kontext aus Pestalozzis, Fröbels und Diesterwegs (ursprünglicher) Pädagogik verdrängt. Das platonisch-elitäre Formalbildungsprogramm der Neuhumanisten lieferte dafür eine Ideologie, die sich mit geradezu beliebigen Staatszwecken verbinden ließ.

War öffentlicher Mathematikunterricht ursprünglich als Schule der Welt-Anschauung im theoretischen Rahmen aufklärender, religiös-konnotierter und „natürlicher“ Für-Wahrnehmung des an sich Rechten gedacht, so büßte er diese Funktion innerhalb der Verstaatlichung des Schulwesens in den Jahrzehnten vor und nach 1810 rasch ein. Die heute noch wichtigsten pädagogischen Ideen wie Selbsttätigkeit, Anschauung, Nützlichkeit und Wissensvernetzung verloren ihre ursprünglich jenseits der Schule verankerten Bestimmungen in der praxis pietas, im Gesellschaftsvertrag oder im kategorischen Imperativ. Sie blieben zwar (bis heute) moralisch aufgeladen, aber sie wurden nicht wieder auf übergeordnete Bestimmungen des Daseins bezogen, sondern zum technologischen Diskussionsinventar innerhalb eines bürokratisch usurpierten, ursprünglich klerikalen Bildungssystems.

In den letzten beiden Jahrhunderten wurde Mathematikunterricht immer wieder verbessert und reformiert. Und wir wissen heute genauer, daß Pestalozzi und Herbart insofern recht hatten, als Mathematikunterricht die Wahrnehmung verändert und insofern unvermeidlich erzieht. Bringt diese Erziehung mehr als Sozialisationsvorteile? Mathematikunterricht soll aufklären. Worüber? Mathematikunterricht war einmal als systematisierte Wahrnehmungs- und Abstraktionlehre gedacht, und statt Motivation, Fächerübegriff und Vernetzung war von Vielseitigkeit und vom Gleichschweben der Interessen die Rede. Es wäre schön, wenn wir den Mathema-

tikunterricht auch im heutigen säkularisierten Verständnis der fundamentalen pädagogischen Ideen des 18. Jhs. und im Bewußtsein all dessen, was inzwischen über Lernprozesse herausgefunden wurde, wieder auf das Naturrecht im kategorischen Imperativ beziehen könnten. Ein Staat ohne Moral verspielt sein Recht auf Erziehung.

(Ausführliches Manuskript mit Quellenangaben auf Anfrage.)